EJERCICIO 18.5

1. Una partícula se mueve en línea recta de manera que su desplazamiento desde un origen O en el tiempo t segundos está dado por $s = t^2 + 4t - 5$.

(a) ¿Cuál será la velocidad de la partícula después de 2 segundos?
(b) ¿Cuándo estará en reposo la partícula?
(c) i. ¿Dónde se encuentra la partícula (en relación con O) al comenzar a moverse?
ii. ¿Cuál es la velocidad inicial de la partícula?
(d) ¿A qué distancia de O llega la partícula durante los primeros 5 segundos de movimiento?
(e) Haga el gráfico de desplazamiento – tiempo para la partícula.

2. Una partícula se mueve en línea recta de manera que su desplazamiento s metros desde un origen fijo después de t segundos está dado por

$$s = t^3 - 2t^2 + t.$$

(a) ¿Cuál es la velocidad inicial de la partícula?
(b) ¿Cuántas veces pasará la partícula por el origen?
(c) ¿Cuándo estará detenida la partícula?
(d) ¿Cuál será la aceleración de la partícula después de 4 segundos?

3. El desplazamiento de una partícula que se mueve en línea recta está dado por la ecuación $s = -2t^3 + 12t - 1$, en que s se mide en metros y t en segundos.

(a) Determine la velocidad y la aceleración de la partícula en el tiempo t.
(b) ¿Cuándo se detendrá la partícula?
(c) ¿Con qué frecuencia cambia de dirección la partícula?
(d) Haga el gráfico de desplazamiento – tiempo para la partícula.

4. Una partícula tiene su desplazamiento definido por $s = 4\operatorname{sen} t + 3\cos t$.

(a) ¿Cuál es la posición inicial de la partícula?
(b) (i) ¿Cuál será el desplazamiento máximo de la partícula desde el origen?
(ii) ¿Cuál será el desplazamiento máximo de la partícula desde su posición inicial?
(c) ¿Cuál será la velocidad máxima de la partícula?
(d) Demuestre que la aceleración de la partícula está dada por $a = -s$.
(e) Describa el movimiento de la partícula.

5. El desplazamiento de un objeto desde un punto A está dado por la ecuación

$$s = \frac{g}{k}\left(t + \frac{1}{k}e^{-kt} - \frac{1}{k}\right), t \geq 0$$

(a) Demuestre que su velocidad está dada por $v = \frac{g}{k}(1 - e^{-kt}), t \geq 0$.

(b) Demuestre que su aceleración está dada por $g - kv$.

PRUEBA DE AUTOEVALUACIÓN (60 MINUTOS)

1. Halle la ecuación de la tangente de la curva $y = x^2 + 4$ en el punto en que $x = 1$.
[3 puntos]

2. Halle el punto máximo local en la curva $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, x \in \mathbb{R}$.
[5 puntos]

3. El costo total de operación de un barco, C dólares, está dado por

$$C(v) = 200v + \frac{800}{v}$$

donde v es la velocidad promedio del barco. ¿A qué velocidad será mínimo el costo?
[3 puntos]

4. Cuando la punta del ala de un avión es desplazada por un vacío de aire, sigue vibrando por un tiempo después del incidente inicial. Si el desplazamiento, d centímetros, t segundos después de que el avión cae en el vacío de aire está dado por la función

$$D(t) = 6e^{-t}\operatorname{sen}\pi t, t \geq 0$$

halle la función derivada y luego determine la deflexión máxima y el tiempo en que ella ocurre (con dos cifras significativas).
[3 puntos]

5. (a) Haga un dibujo de la función $y = 5x^{2/3} - x^{5/3}$, mostrando claramente todas las intersecciones con los ejes, así como los puntos estacionarios.

(b) Halle la ecuación de la tangente de la curva $y = 5x^{2/3} - x^{5/3}$ en el origen.
[5 puntos]

6. Una partícula se lanza verticalmente hacia arriba desde el nivel del suelo, de manera que su desplazamiento s metros después de estar t segundos en movimientos está dado por $s = 28t - 4.9t^2$.

(a) ¿Cuánto tardará la partícula en volver al suelo?
(b) ¿Cuál será la altura máxima alcanzada por la partícula?

(c) ¿Cuál será
  (i) la velocidad inicial de la partícula?
  (ii) la velocidad de la partícula después de 3 segundos?

(d) Demuestre que la partícula se mueve con aceleración constante.

[6 puntos]

7. Un sastre hace x pantalones al día, con una función de ingresos

$$R = 200\ln\left(1 + \frac{x}{10}\right) + 950$$

El costo en que incurre en la fabricación de x pantalones es $C = (x - 100)^2 + 150$.

(a) Determine el ingreso marginal al producir 100 pantalones.

(b) ¿Cuántos pantalones deberían venderse para maximizar la ganancia?

[5 puntos]

JERCICIO 19.5

. Halle el área de la región delimitada por

(a) $y = x^3$, el eje x y la línea $x = 2$.

(b) $y = 4 - x^2$, y el eje x.

(c) $y = x^3 - 4x$, el eje x y las líneas $x = -2$ y $x = 0$.

(d) $y = x^3 - 4x$, el eje x, la línea $x = 2$ y la línea $x = 4$.

(e) $y = \sqrt{x} - x$, el eje x y las líneas $x = 0$ y $x = 1$.

2. Halle el área de la región delimitada por

(a) $f(x) = e^x + 1$, el eje x y las líneas $x = 0$ y $x = 1$.

(b) $f(x) = e^{2x} - 1$, el eje x, la línea $x = 1$ y la línea $x = 2$.

(c) $f(x) = e^x - e^{-x}$, el eje x, la línea $x = -1$ y la línea $x = 1$.

(d) $y = e^{\frac{1}{2}x + 1} - x$, el eje x, la línea $x = 0$ y la línea $x = 2$.

3. Halle el área delimitada por

(a) $y = \dfrac{1}{x}$, el eje x, la línea $x = 4$ y la línea $x = 5$.

(b) $y = \dfrac{2}{x+1}$, el eje x, la línea $x = 0$ y la línea $x = 4$.

(c) $f(x) = \dfrac{3}{2-x}$, el eje x, la línea $x = -1$ y la línea $x = 1$.

(d) $f(x) = \dfrac{1}{x-1} + 1$, el eje x, la línea $x = -1$ y la línea $x = \frac{1}{2}$.

4. Halle el área delimitada por

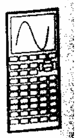
(a) $f(x) = 2\operatorname{sen} x$, el eje x, la línea $x = 0$ y la línea $x = \frac{\pi}{2}$.

(b) $y = \cos(2x) + 1$, el eje x, la línea $x = 0$ y la línea $x = \frac{\pi}{2}$.

(c) $y = x - \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, el eje x, la línea $x = \frac{\pi}{2}$ y la línea $x = \pi$.

(d) $f(x) = \cos(2x) - \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$, el eje x, la línea $x = \frac{\pi}{2}$ y la línea $x = \pi$.

(e) $y = 3\sec^2\left(\frac{x}{2}\right)$, el eje x, la línea $x = -\frac{\pi}{3}$ y la línea $x = \frac{\pi}{3}$.

5. Verifique sus respuestas a las Preguntas 1 – 4 usando una calculadora gráfica. 

6. Halle el área delimitada por la curva $y = 8 - x^3$, el eje y y el eje x.

7. Halle el área delimitada por la curva $y = x^2 + 1$, y las líneas $y = 2$ e $y = 4$.

8. Halle el área delimitada por la curva $f(x) = x + \frac{1}{x}$, el eje x, y las líneas $x = -2$ y $x = -1$.

9. Halle el área delimitada por la curva $y = x^2 - 1$, el eje x, y las líneas $x = 0$ y $x = 2$.

10. Halle el área delimitada por la curva $y = x(x+1)(x-2)$ y el eje x.

11. Halle el área delimitada por la curva $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

(a) el eje x y las líneas $x = 1$ y $x = 2$. (b) el eje x y las líneas $x = \frac{1}{2}$ y $x = 2$

(c) y las líneas $y = -\frac{1}{2}$ e $y = \frac{1}{2}$.

12. El área delimitada por la curva $y^2 = 4ax$ y la línea $x = a$ es igual a ka^2 unidades cuadradas. Determine el valor de k.

13. Diferencie la función $y = \log_e(\cos 2x)$. Luego halle el área delimitada por la curva $f(x) = \tan(2x)$, el eje x y las líneas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{8}$.

14. (a) Halle el área delimitada por la curva $y = |2x - 1|$, el eje x, la línea $x = -1$ y la línea $x = 2$.
(b) Halle el área delimitada por la curva $y = |2x| - 1$, el eje x, la línea $x = -1$ y la línea $x = 2$.

15. Halle el área delimitada por la curva $f(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$,

(a) el eje x y las líneas $x = 2$ y $x = 3$.
(b) el eje y y las líneas $y = 2$ e $y = 8$.

16. (a) Diferencie la función $y = x\log_e x$, y luego halle $\int \log_e x dx$.

(b) Halle el área delimitada por la curva $y = e^x$, el eje y y las líneas $y = 1$ e $y = e$.

17. La velocidad de una partícula en m/s está dada por $v(t) = 3 - 3 \text{ sen } 3t$.
(a) Determine cuándo la partícula queda en reposo por primera vez.
(b) Determine la distancia recorrida por la partícula desde que parte hasta que queda en reposo por primera vez.

18. Un objeto que parte del reposo se mueve en línea recta con una aceleración que está dada por $a(t) = \frac{12}{(t+1)^2}$ m/s^2. Determine la distancia recorrida durante los primeros 9 segundos.

19. Un objeto tiene una velocidad determinada por la ecuación $v(t) = 10\text{sen}\left(\frac{\pi}{16}t\right)$ m/s.

(a) Dado que $s(0) = 0$, halle la ecuación del desplazamiento.
(b) Determine el desplazamiento después de 20 segundos.
(c) Determine el desplazamiento durante el vigésimo segundo.
(d) ¿Que distancia ha recorrido el objeto en 20 segundos?

20. Una partícula que se mueve en línea recta tiene una aceleración definida por la ecuación $a = \frac{2k}{t^3}$ m/s^2. Al final del primer segundo de movimiento, la partícula tiene una velocidad de 4 m/s.

(a) Halle una expresión para la velocidad de la partícula.
(b) Dado que la velocidad se aproxima a un valor límite de 6 m/s, halle k.
(c) Determine la distancia recorrida durante el décimo segundo de su movimiento.

PRUEBA DE AUTOEVALUACIÓN (40 MINUTOS)

1. Evalúe las integrales:

(a) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}dx$ (b) $\int \frac{3}{2x+3}dx$ (c) $\int x(2x^2-3)dx$ [5 puntos]

2. Halle la ecuación de la curva cuya pendiente es $6x + 2$ y que pasa por el punto cuyas coordenadas son (2, 15). [3 puntos]

3. Evalúe $\int_1^2 \frac{1}{x^3}dx$. [3 puntos]

4. Halle el área cerrada delimitada por el eje x y la curva $y = x(x-1)^6$. [3 puntos]

5. Evalúe la integral definida $\int_{\pi}^{2\pi}\left(2 - \cos\left(\frac{1}{2}x - \pi\right)\right)dx$, dando una respuesta exacta.

[3 puntos]

6. La corriente $I(t)$ amperios en un circuito eléctrico cae con una rapidez de

$$\frac{dI}{dt} = -300e^{-2t} \text{ amp/seg.}$$

(a) Dado que $I(1) = 200$, determine la corriente después de 3 segundos.
(b) ¿Qué le pasa a la corriente a medida que $t \to \infty$. [4 puntos]